

Approche Spatiale et cartographie de la variabilité pluviométrique dans le bassin versant de Cheliff

Harkat Samra⁽¹⁾, Boukharouba K⁽²⁾, Douaoui Abdelkader⁽³⁾

1. Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique- Blida -(Algérie)
 2. Université Mohamed Khider- Biskra - (Algérie)
 3. Centre Universitaire de Tipaza-(Algérie)
-

Résumé

La présente étude s'inscrit dans le cadre de la modélisation stochastique dynamique des phénomènes hydrologiques pour des fins de prédiction. Notre attention est focalisée sur les pluviométries mensuelles et annuelles, ainsi que sa variabilité géographique (établissement des cartes) dans l'un des bassins versants les plus importants au Nord algérien, le Cheliff. La quantité d'eau précipitée ainsi que sa distribution dans une région varient dans le temps et dans l'espace, même dans de petites régions. Cette variabilité spatiale et temporelle est due au concours de plusieurs facteurs climatiques et physiographies assez complexes. La description et la prédiction de cette variabilité est un élément fondamental dans une large variété d'activités humaines ainsi que dans l'élaboration et la conception des projets hydrauliques. L'objectif de ce travail est l'étude de l'applicabilité de la technique du filtre de Kalman (FK) discret à la modélisation et la prédiction multi-site de la pluviométrie dans le bassin versant de Cheliff, ainsi que l'amélioration des erreurs de prédiction. L'avantage majeur du FK est la procuration de l'erreur de prédiction qui présente en soit un indicateur de précision. En plus de cela, l'algorithme du FK travaille dans le domaine temporel avec une nature réursive, et dispose d'un estimateur qui est optimal dans le sens des moindres carrés. Un autre aspect de son optimalité est qu'il incorpore toute l'information disponible sur le système, les mesures et les erreurs, dans un opérateur adaptatif qui est recalé à chaque fois qu'une nouvelle mesure est disponible. Pour l'application de ce filtre, les données trente-neuf (39) stations pluviométriques dans le bassin versant de Cheliff ont été investies. Les séries chronologiques des précipitations mensuelles et annuelles observées à sur une période de 51ans (1959 à 2009) ont été mise en œuvre. Les résultats montrent que les prédictions multi-site obtenues suivent de plus près les observations enregistrées et les erreurs de prédiction sont minimales. Ceci est valable aussi bien dans la dimension temporelle que spatiale, autant au pas mensuel qu'annuel. Ceci montre que le FK est un outil qui donne de bonnes prédictions même en présence de saisonnalité. En fin, les performances du FK sont montrées en termes de moyenne, écart-type et valeurs extrêmes des erreurs de prédiction. L'erreur relative moyenne des prédictions est inférieure à 10% ce qui est acceptable.

Mots-clés : Modélisation, Filtre de Kalman, Prédiction multi-site, Précipitations, Bassin versant du Chéiff, Algérie.

Introduction

Dans un pays semi-aride comme l'Algérie, l'eau est un élément de survie qui est directement ou indirectement lié à son développement économique et social.

Malheureusement, les ressources en eau font face à de grands défis émis par le déficit pluviométrique et la rareté, ainsi que leur variabilité géographique. Il est important de noter ici, que sur les 100 milliards de mètres cubes reçus sous forme de précipitations par an, sur la partie nord de l'Algérie, seulement 4,8 milliards sont conservés dans les 130 barrages réellement opérationnels (Kettab et al., 2008) et selon l'Agence nationale des barrages et transferts (ANBT, 2012) Un taux de remplissage des 65 barrages en plus en exploitation en Algérie dont 30 parmi sont sur la partie Nord Algérie a atteint un taux de 76% ,Ce taux représente une quantité d'eau de 5,55 milliards (m^3) emmagasinée en 2012, Bien sûr, cette quantité est inévitablement revue à la baisse si l'on inclue les différents types de pertes.

Elle doit faire face à la demande croissante en eau pour des fins agricoles, industrielles et domestiques. Selon (Haddad et Rahla, 2004 ; Hisdal et Tallasken, 2003 ; Garcia-Ruiz et al , 2011), la demande en eau a atteint 5 milliards de mètres cubes par an, avec une alimentation de $170 m^3$ / habitant/ jour au lieu d'une norme minimale de $250 m^3$ /capita/jour, ce qui est déjà considéré comme un déficit. Ce déficit devient de plus en plus problématique d'une année à une autre et ne requiert donc, une solution urgente et efficace afin de surmonter le déficit de la demande et d'assurer un approvisionnement régulier en matière d'eau pour tous les usagers.

La nouvelle politique de l'Algérie se concentre sur la gestion intégrée des ressources en eau (MATE, 2001) Par conséquent, deux types d'actions sont à prendre en considération, le premier est la gestion optimale tandis que le second est l'économie des ressources en eau. Dans sa communication nationale initiale, l'Algérie a déjà prévu un programme d'actions pour faire face aux changements climatiques. Pour ce qui est de l'eau, ce programme intègre la gestion des bassins versants entre autres points. En plus du programme de développement de l'investissement de l'eau, qui occupe une place importante dans le programme (2010-2014) du gouvernement algérien (Rouane, 2011), il serait opportun d'être complété par une recherche scientifique.

L'objectif est justement l'étude de l'applicabilité de la technique du FK discret à la modélisation et la prédiction multi-site de la pluviométrie dans le bassin versant de Cheliff, ainsi que l'amélioration des erreurs de prédiction. Le modèle recherché serait un moyen de prédiction en ligne qui non seulement procure des prédictions multi-sites optimales mais aussi des prédictions qui tiennent en compte de la nature dynamique de la pluviométrie elle-même.

I. Données et zones d'étude

Le bassin hydrographique Chelif-Zahrez occupe une superficie de $56227Km^2$, limitée au nord par la mer Méditerranée à l'ouest par la région Oranie-Chott-Chergui au sud par le désert et à l'EST par la région de l'Algérois-Chott-Hodna. La région d'étude est bordée par

deux chaînes principales ; l'Atlas tellien au nord et l'Atlas saharien au sud. Elle est comprise entre la longitude 3°50' Est et 0°08' Ouest correspond à la haute vallée du bassin versant du Chélif, entre la longitude 2°82' Est et 1°58' Ouest et la latitude 33°53' Sud et 36°14' Nord. La forme du relief, les effets des crêtes ainsi que l'influence du site constituent des facteurs majeurs dans la structuration des champs pluviométriques et leurs orientations dans l'espace.

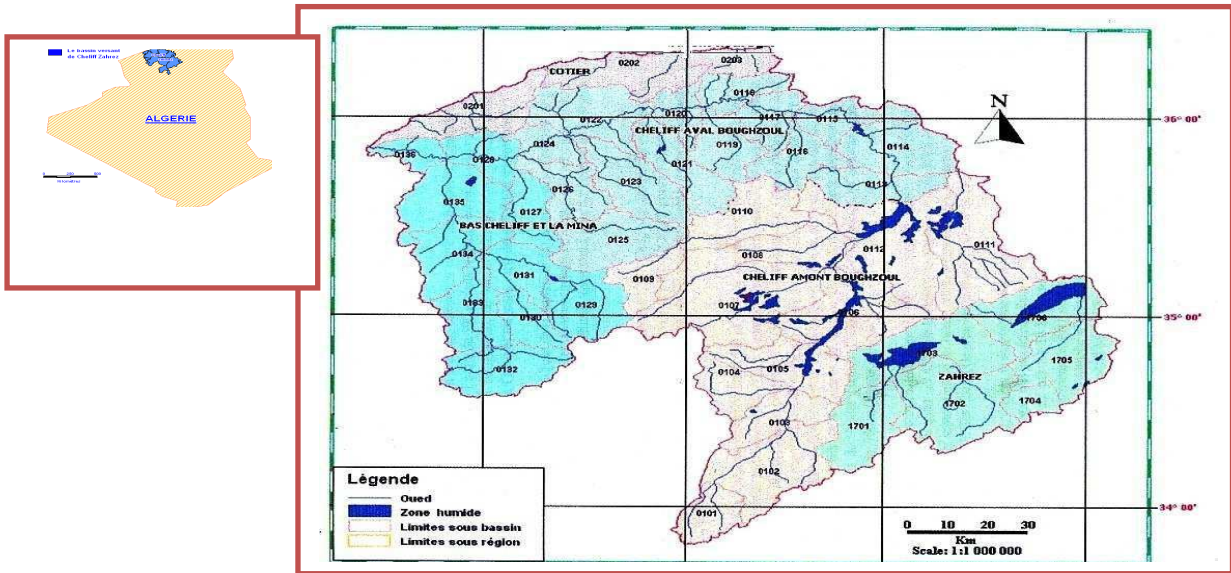


Figure.1. Situation géographique de la zone d'étude

La méthode de Kalman a été appliquée aux données annuelles et mensuelles de précipitations observées par l'Agence Nationale des Ressources Hydrauliques(ANRH). Ces données regroupent trente neuf stations pluviométriques, dont quatre sont situées sur des barrages en exploitation au bassin versant de Cheliff ; Les observations forment des séries chronologiques ayant une période commune de 51 ans (1959-2009)

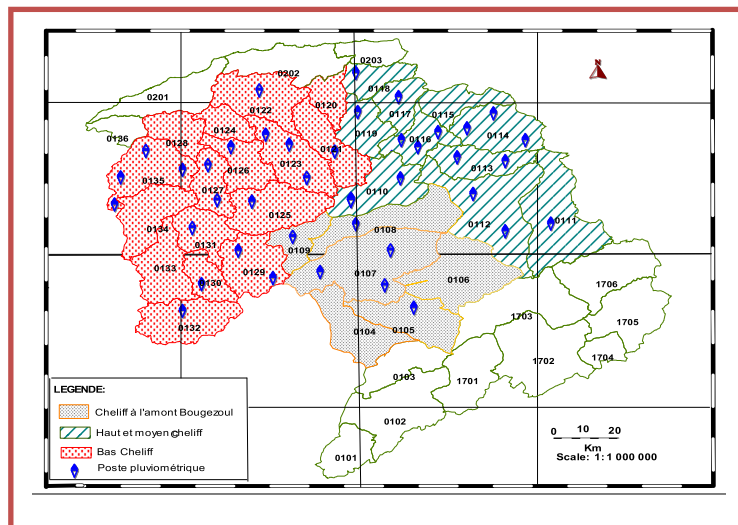


Figure.2.Les postes pluviométrique dans la zone d'étude

Tableau.1. Identification des stations pluviométriques

Les sous bassin versants	Code station	Nom de la station	
Cheliff à l'amont Bougezoul « 010 »	010502	01	Zmalet el amiraek
	010701	02	Ain baadj
	010703	03	Rechaiga
	010704	04	Ksar chellala
	010804	05	Mehdia pepinière
	010904	06	Dahmounitrumulet
	010905	07	Ain sebain
Haut et Moyen Cheliff « 011 »	011004	08	Khemisti
	011006	09	Tissemsilt
	011104	10	Ain boucif
	011206	11	Chahbounia
	011207	12	Kef lasfar
	011208	13	Boughzoul
	011301	14	Ksar el boukhari
	011302	15	Derrag
	011404	16	Zoubiriamongorno
	011405	17	Ghrib bge
	011605	18	Teniet - el-had
	011606	19	Sidi mokrefi
	011607	20	Tarik ibn ziad
	011703	21	Bordj el amirkhaled
	011803	22	Sidi medjahed
011904	23	Rouina mairie	
Le bassin versant du Bas Cheliff « 012 » et « 013 »:	012108	24	Foddabge
	012205	25	Benaria
	012304	26	Souk-el-had
	012306	27	Bordj bounaama
	012309	28	Oued- sly
	012503	29	Sidi hosni
	012605	30	Ammi moussa
	012706	31	Mendes
	012908	32	Tiaret DHW
	012915	33	Louhou
	013004	34	Ain el haddid
	013202	35	Rosfa
	013503	36	Oued djemaa
	013504	37	Saline oued djemaa
	013506	38	El matmar DRS
	013507	39	L' Hillil

(Source : A.N.R.H, 2010)

II. Méthodologie

Le filtre de Kalman (FK) est une approche statistique, d'assimilation de données, dont le principe est de corriger la trajectoire du modèle en combinant les observations avec l'information fournie par le modèle de façon à minimiser l'erreur entre l'état vrai et l'état filtré. Cette méthode utilise une prédiction qui s'appuie sur le modèle déterministe et un recalage qui s'appuie sur l'innovation (différence entre la mesure et la sortie prédite).

L'une des étapes les plus importantes dans l'application de la technique du Filtre de Kalman est la formulation des équations d'état et de mesure conformément à la structure d'un modèle espace état. (Jazwinski, 1970; Gelb, 1974; Şen and Latif, 2002; Şenetand al, 2004; Boukharouba and Kettab, 2009).

$$\text{Equation d'état: } X_k = \Phi_{k/k-1} X_{k-1} + W_{k-1}$$

- X_k : matrice représentant la dynamique du système
- $\Phi_{k/k-1}$: Matrice de Transition
- X_{k-1} : vecteur d'état Initial
- W_{k-1} : bruit du système ((bruit blanc)

$$\text{Equation de mesure : } Z_k = H_k X_k + V_k$$

- Z_k : Vecteur De mesure bruit de mesure (m x1)

- H_k : matrice de mesure ($m \times n$)

- X_k : vecteur d'état ($n \times 1$)

- V_k : bruit de mesure (bruit blanc) ($m \times 1$)

Le nombre des mesures m peut très bien ne pas être égal au nombre de variables d'état n ; la

matrice H est alors rectangulaire.

Dans notre cas, nous allons travailler avec des séries chronologiques. La variable état du système est un vecteur donnant les précipitations mensuelles observé simultanément aux trente neuves stations pluviométriques considérées. Ainsi, pour $n=39$ les vecteurs d'état du système et de la mesure ont pour dimensions (39×1), alors que les matrices de covariances, de transition d'état et celle de mesure sont de dimension (39×39).

Une fois que la formulation du modèle est accomplie, le filtre de Kalman et l'exécution de son algorithme requiert la spécification des grandeurs suivantes :

- Vecteur d'état initial,
- Matrice de covariance d'erreur associée au vecteur d'état initial,
- Matrice de covariance des bruits du système,
- Matrice de covariance des bruits de mesures,
- Matrice de transition d'état,
- Matrice de mesure.

Ceci va être effectué selon les étapes suivantes (Kalman, 1960) :

- Vecteur d'état initial et matrice de covariance d'erreur associée

En présence d'une information à priori, le vecteur d'état initial $\mathbf{X}_{k/k-1}$, pour $k = 1$ est constitué par la moyenne des précipitations mensuelles observés aux 39 différentes stations pluviométriques en question ($X_{1, 2, \dots, 39}$) ; Cependant, pour spécifier la matrice de covariance d'erreur qui lui est associée $\mathbf{P}_{k/k-1}$ et qui n'est pas exactement connue, nous pouvons commencer avec des éléments ayant des valeurs assez élevées dans la diagonale principale. De cette manière, l'algorithme bénéficiera d'une certaine flexibilité afin de s'ajuster aux valeurs sensibles dans un temps relativement court. Dans le présent travail, nous avons choisi une telle matrice (39x39) comme suit :

$$\mathbf{P}_{1/0} = \begin{bmatrix} 1000 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1000 \end{bmatrix}$$

Ce choix va mener à une augmentation de la matrice de covariance $\mathbf{P}_{k/k-1}$ et celle du gain du filtre, permettant ainsi au filtre adaptatif de pondérer plus lourdement la nouvelle information (la nouvelle mesure). Ainsi, la trace de la matrice de covariance initiale est de 39 000. Une telle valeur est supposée décroître d'une manière continue pour atteindre asymptotiquement une valeur positive et stable proche de zéro. Cette réduction est accomplie au cours de l'exécution de l'algorithme du filtre de Kalman, qui s'adapte automatiquement dès qu'il reçoit une nouvelle information objective. Dans le cas où cette valeur asymptotique de la trace de la matrice de covariance ne change pas significativement durant la procédure de calculs, cela signifie que le filtre a convergé. Nous pouvons dire que cette caractéristique attribuée à la trace de la matrice de covariance le mérite d'être une mesure fiable de la performance du filtre de Kalman.

- Matrice de covariance des bruits du système et celle des bruits des mesures

De plus, du moment que l'on espère que les mesures soient moins bruitées que la dynamique du système, la matrice de covariance du bruit du système Q et celle du bruit de

mesure R , toutes les deux (39x39) ont été choisies comme telles :

$$R = \begin{bmatrix} 50 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 50 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} 100 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 100 \end{bmatrix}$$

- Matrice de transition d'état et matrice de mesure

L'une des difficultés majeures dans l'application du filtre de Kalman est l'estimation de la matrice de transition d'état ϕ_{kk-1} . Il faut noter, cependant que la valeur de telle matrice

n'affecte pas de manière considérable les résultats du filtre de Kalman, tel que l'ont montré les études de (Harrison and Stevens, 1975). Par conséquent, pour l'estimation de la matrice de transition d'état, dans le présent travail on considère les inter-corrélations entre les

observations des 39 stations pluviométriques. Quant à la matrice de mesure H_k , du moment

que toutes les stations pluviométriques fournissent des observations, nous avons opté pour la matrice unité (39x39)

$$H_k = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

- Les équations récurrentes du filtre de kalman

Les cinq relations matricielles récursives sont les équations de base dans le calcul du filtre de Kalman :

- $\tilde{X}_k = \tilde{X}_{k-1} + K_k \left(Z_k - H_k \tilde{X}_{k-1} \right)$ (mise à jour du vecteur d'état)
- $K_k = P_{k-1} H_k^T \left(H_k P_{k-1} H_k^T + R_k \right)^{-1}$ (estimation du gain)
- $P_k = \left(I - K_k H_k \right) P_{k-1}$ (correction de la matrice de covariance de l'erreur d'estimation)
- $\tilde{X}_{k+\frac{1}{k}} = \phi_{k+\frac{1}{k}} \tilde{X}_k$ (prédiction du vecteur d'état)
- $P_{k+\frac{1}{k}} = \phi_{k+\frac{1}{k}} P_k \phi_{k+\frac{1}{k}}^T + Q_k$ (prédiction de la covariance de l'erreur de prédiction)

III. Résultats et discussion

La période commune d'observation entre les 39 stations pluviométriques étant de 51 ans, les observations des premières 30 années au pas de temps annuel ont été utilisées à l'estimation des paramètres du modèle. Les 21 dernières années ont servi à la validation. L'exécution consécutive des équations de Kalman sur la période d'observation représente l'application de l'approche du (FK) à la modélisation et à la prédiction de précipitations annuelles pour les stations pluviométriques mentionnées plus haut. A la fin des calculs, il s'avère que certaines des valeurs prédites sont sous-estimées et d'autres sont surestimées. La différence entre les mesures et leurs prédictions conduit à une série de résidus (innovations) pour chaque station.

IV. Prédictions multi-sites

Ces résultats peuvent donc être appréciés dans les deux dimensions : temporelle si on opte pour une lecture dans le sens des lignes de chaque station, et spatiale si on opte pour une lecture en colonne de chaque année de prédiction.

➤ Pas Annuel

Prédictions temporelles : En ce qui concerne la prédiction multi-site dans la dimension temporelle, les figures représentent des précipitations annuelles observées avec leurs prédictions durant la période (1959-2009) ainsi que l'erreur relative de la prédiction exprimée en pourcentage (%)

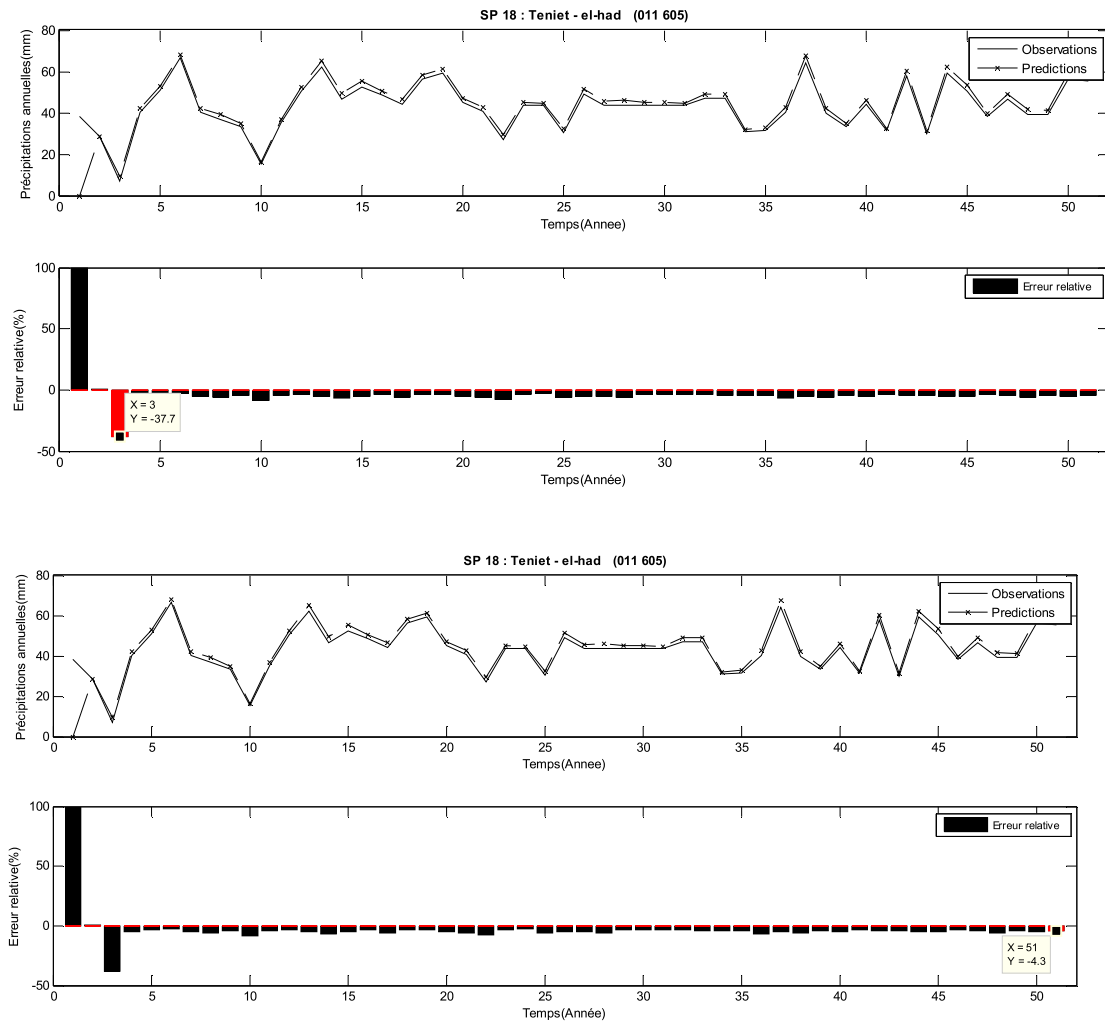


Figure.3. Prédiction obtenus à la station pluviométrique Teniet - el-had (011 605)

Pour la prédiction multi-site dans la dimension spatiale, les figures montrent les prédictions obtenues simultanément dans les 39 stations pluviométriques comparées aux observations enregistrées et donnent en même temps les erreurs relatives de prédiction exprimées en pourcentage.

Par exemple, on prend l'année 1960, nous pouvons y constater le décalage important qui existe entre les observations et leurs estimations (prédictions).

Ce décalage est bien exprimé par l'erreur relative qui atteint un maximum de -37,7 % à la station numéro 18 (Teniet - el-had). La seconde figure correspond quant à elle à la fin des calculs (2009), il est évident que le décalage entre les observations et leurs prédictions est nettement plus réduit et l'erreur relative qui était maximale à Teniet - el-had en 1960 a atteint la valeur de -4,3 % en 2009.

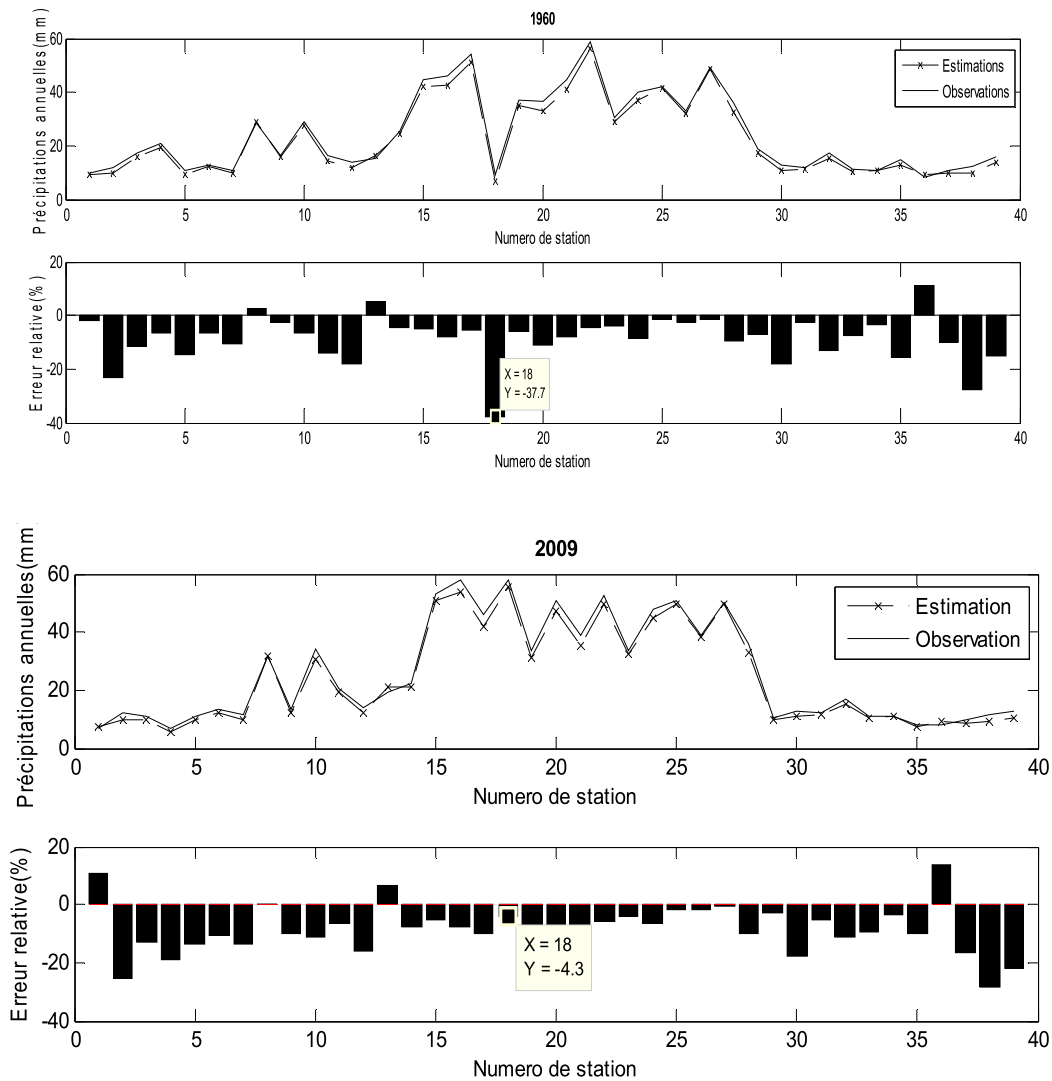


Figure.4. Prédications des précipitations aux 39 stations pluviométriques

L'examen de toutes ces figures montre que les prédictions obtenues, aussi bien dans la dimension temporelle que spatiale, suivent de plus en plus près les valeurs observées.

Cette concordance dans les variations et ce rapprochement entre les valeurs observées et leurs prédictions exprime la qualité de l'adéquation du modèle ajusté d'une part et d'autre, le pouvoir de ce dernier à prendre en charge les variations temporelles des données en s'adaptant à la nature dynamique des systèmes pluviométriques concernés. Cela montre clairement que le (FK) multi-site est vraiment efficace en matière de modélisation des précipitations annuelles.

Tableau.2. Résultats (Observation, Prédiction, Erreur relative (%)) Temporelle

Année	Observation		Prédiction		Erreur relative	
	Moyen	Ecart-	Moyenn	Ecart-	Moyen	Ecart-
	MO	ETO	MPr	ETPr	ERM	ERET
1959	18,87	21,93	20,51	23,61	-8,85	-11,11
1960	20,23	19,67	21,83	21,35	-7,13	-12,68
1961	22,72	18,43	24,77	20,12	-7,66	-13,43
1962	22,70	17,96	24,84	19,63	-10,66	-12,33
1963	23,00	19,06	25,09	20,91	-7,98	-16,49
1964	24,35	23,50	26,72	25,43	-7,47	-13,62
1965	21,93	21,48	24,05	23,48	-14,31	-14,27
1966	25,02	26,03	27,30	28,32	-9,56	-15,06
1967	23,29	20,15	25,26	21,33	-8,63	-6,43
1968	26,16	26,51	28,19	28,61	-3,36	-11,50
1969	30,30	33,17	32,61	35,28	-1,26	-17,33
1970	23,97	25,34	26,17	26,17	-0,02	-10,13
1971	35,03	36,29	38,60	38,96	-6,87	-13,25
1972	28,37	28,40	31,45	30,18	-14,47	-8,54
1973	26,87	29,85	29,77	32,39	-14,57	-9,61
1974	24,93	25,65	27,50	27,33	-10,62	-8,16
1975	25,36	27,55	27,97	29,45	-12,14	-8,48
1976	24,46	24,24	27,13	25,90	-17,69	-11,47
1977	22,16	22,36	24,36	23,99	-3,21	-8,46
1978	23,27	24,32	25,60	26,16	-10,83	-8,81
1979	24,96	24,21	27,44	25,82	15,69	-11,52
1980	23,80	23,86	1,67	-11,85	21,62	22,23
1981	21,62	22,23	23,80	23,86	1,67	-11,85
1982	18,64	19,30	20,36	20,89	-23,06	-13,26
1983	18,71	18,19	20,49	19,62	-12,28	-9,51
1984	21,76	22,66	23,94	24,41	-14,94	-8,99
1985	23,92	20,99	26,10	22,61	-16,17	-9,36
1986	23,04	21,88	25,24	23,67	-11,90	-11,92
1987	19,70	16,88	21,44	18,16	-12,72	-10,36
1988	21,41	19,22	23,20	20,53	-10,58	-8,54
1989	17,73	16,18	19,36	17,36	-14,01	-8,36
1990	19,54	17,57	21,40	19,03	-10,76	-10,20
1991	22,98	21,32	25,46	23,06	-15,52	-12,53
1992	15,90	14,62	17,46	15,68	-10,98	-8,16
1993	15,76	14,29	17,32	15,34	-11,26	-9,23
1994	23,83	20,58	26,19	22,26	-26,33	-13,24
1995	29,00	23,83	31,93	25,60	-14,09	-9,16
1996	20,65	18,75	22,54	20,12	-12,62	-9,59
1997	24,03	20,47	26,23	22,26	1,67	-18,99
1998	19,94	19,76	21,82	21,37	31,37	-21,52
1999	14,38	16,28	15,54	17,45	-5,10	-10,06
2000	23,18	19,51	25,73	21,13	-4,16	-15,69
2001	16,91	17,07	18,15	18,29	-1,48	-10,06
2002	22,43	21,35	25,09	23,14	-30,02	-15,48
2003	25,25	20,52	27,56	22,10	-8,65	-9,06
2004	15,66	14,13	17,12	15,13	-5,09	-8,56
2005	22,67	19,19	25,01	20,62	-5,07	-8,37
2006	20,72	19,18	22,15	20,63	-6,82	-12,98
2007	20,55	16,22	22,39	17,57	-7,77	-12,98
2008	26,70	22,26	28,21	23,99	17,25	-24,41
2009	24,29	20,28	26,26	22,10	8,25	-19,92
Moyen	22,60	21,46	24,24	22,36	-7,28	-11,23
	M1	M2	M3	M4	M5	M6

Tableau.3. Résultats (Observation, Prédiction, Erreur relative (%)) Spatiale

Station	Observation		Prédiction		Erreur relative	
	Moyen	Ecart-	Moyen	Ecart-	Moyen	Ecart-
	MO	ETO	MPr	ETPr	ERM	ERET
Station 1	9,66	10,06	9,85	10,29	-4,85	-5,51
Station 2	9,58	10,03	7,72	7,86	-4,96	-1,87
Station 3	9,34	9,61	8,83	9,21	-2,26	-4,38
Station 4	19,48	20,93	20,45	21,26	-7,60	-4,35
Station 5	9,32	7,40	10,04	7,65	-10,44	-4,11
Station 6	12,21	9,19	12,45	9,35	-1,47	-2,51
Station 7	10,02	7,49	10,64	7,67	-6,50	-2,59
Station 8	29,11	24,59	32,44	25,62	-19,75	-5,64
Station 9	12,26	9,46	12,56	9,77	-1,51	-3,48
Station	27,61	24,57	29,68	25,84	-11,22	-6,10
Station	13,87	12,82	14,51	13,35	-4,71	-5,18
Station	11,63	12,11	12,35	12,54	-6,40	-3,99
Station	18,42	16,82	18,95	17,35	-4,04	-3,56
Station	24,47	20,86	25,43	21,60	-10,83	-5,14
Station	42,34	28,87	43,84	29,41	-11,70	-3,31
Station	42,46	30,92	44,64	31,58	-8,64	-3,14
Station	39,02	29,97	37,76	30,54	2,15	-2,80
Station	43,51	32,46	44,13	33,51	-10,40	-5,02
Station	34,28	26,54	36,46	27,20	-7,63	-3,23
Station	38,59	33,81	39,26	34,65	0,83	-3,08
Station	33,15	31,48	33,84	32,32	-1,14	-3,30
Station	55,39	39,06	55,67	40,36	6,03	-6,69
Station	29,65	22,93	28,42	23,57	12,70	-3,80
Station	33,50	27,42	34,77	28,29	-2,57	-4,47
Station	41,60	32,78	42,26	33,28	0,31	-6,85
Station	32,99	30,67	34,66	32,37	-10,35	-7,83
Station	48,11	32,24	50,12	33,95	-4,47	-9,50
Station	26,01	21,66	25,36	22,19	23,86	-5,97
Station	10,06	8,19	10,07	8,04	0,37	-0,14
Station	11,23	9,50	11,78	9,73	-10,89	-2,93
Station	11,53	8,63	12,01	8,89	-7,94	-4,54
Station	15,57	11,79	16,18	12,03	-7,68	-2,71
Station	10,51	7,87	11,09	8,10	-8,76	-3,41
Station	10,91	8,26	11,26	8,45	-3,97	-2,29
Station	7,34	7,42	7,61	7,48	-3,63	-1,41
Station	9,32	7,02	9,77	7,21	-7,09	-3,90
Station	8,60	6,92	8,63	6,96	-3,49	-3,99
Station	9,13	7,23	9,08	7,38	-0,34	-3,13
Station	10,65	8,69	10,68	8,71	-3,74	-1,83
Moyenne	22,37	18,16	22,95	18,60	-4,22	-4,04
	M1	M2	M3	M4	M5	M6

Durant les premières itérations de l'algorithme de Kalman, la matrice gain FK prend des valeurs importantes dont la conséquence est une estimation automatiquement mauvaise. Dans cette première phase, la mesure étant une information objective est plus crédible que l'estimation fournie par le modèle. En d'autres termes, on fait plus confiance à la mesure

qu'au modèle. Après quelques itérations, la confiance assignée au modèle, comme mécanisme de prédiction, prend de plus en plus de l'espace, cette confiance croît et s'améliore d'une manière continue.

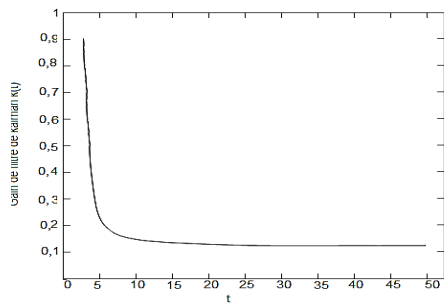


Figure.5. Gain du filtre de Kalman

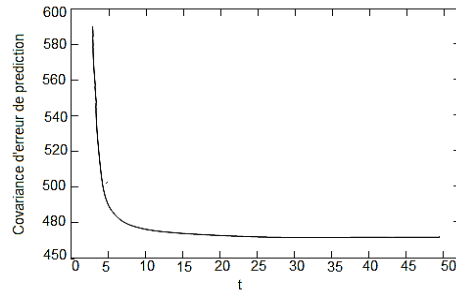


Fig 6. Covariance d'erreur de prédiction

L'optimalité des résultats ainsi obtenus est bien prouvée par la convergence de la matrice de Covariance de l'erreur de prédiction et plus exactement par les éléments de sa diagonale majeure, comme c'est indiqué dans la figure (Fig.6). Cette convergence vers une valeur stable devient évidente juste après les premières itérations de l'algorithme tout en restant positive. Ce résultat étant conforme à la performance espérée du (FK), vient confirmer l'adéquation du modèle ajusté au processus étudié.

➤ Pas Mensuel

Prédictions temporelles

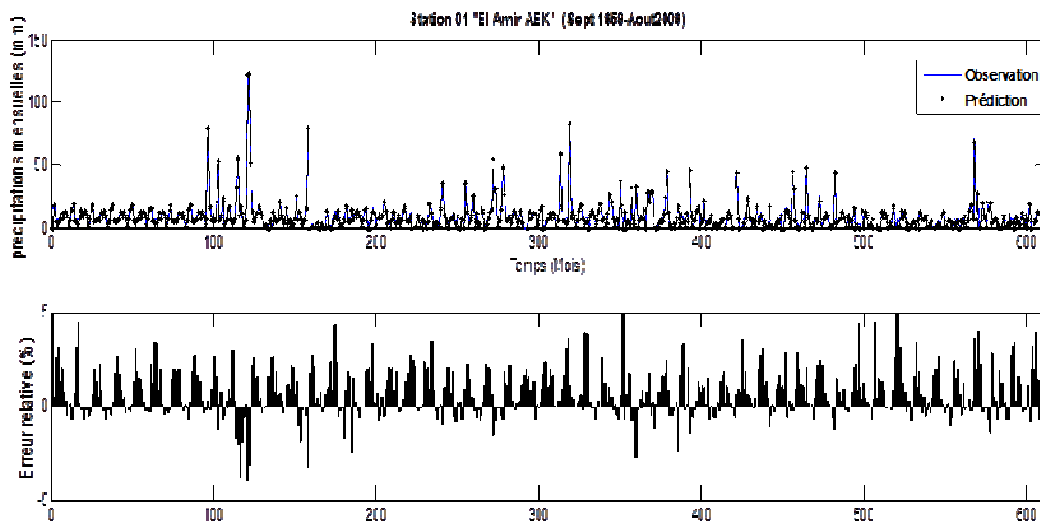


Figure.7. Prédictions obtenus à la station pluviométrique Zmalet El Amir AEK (010502)

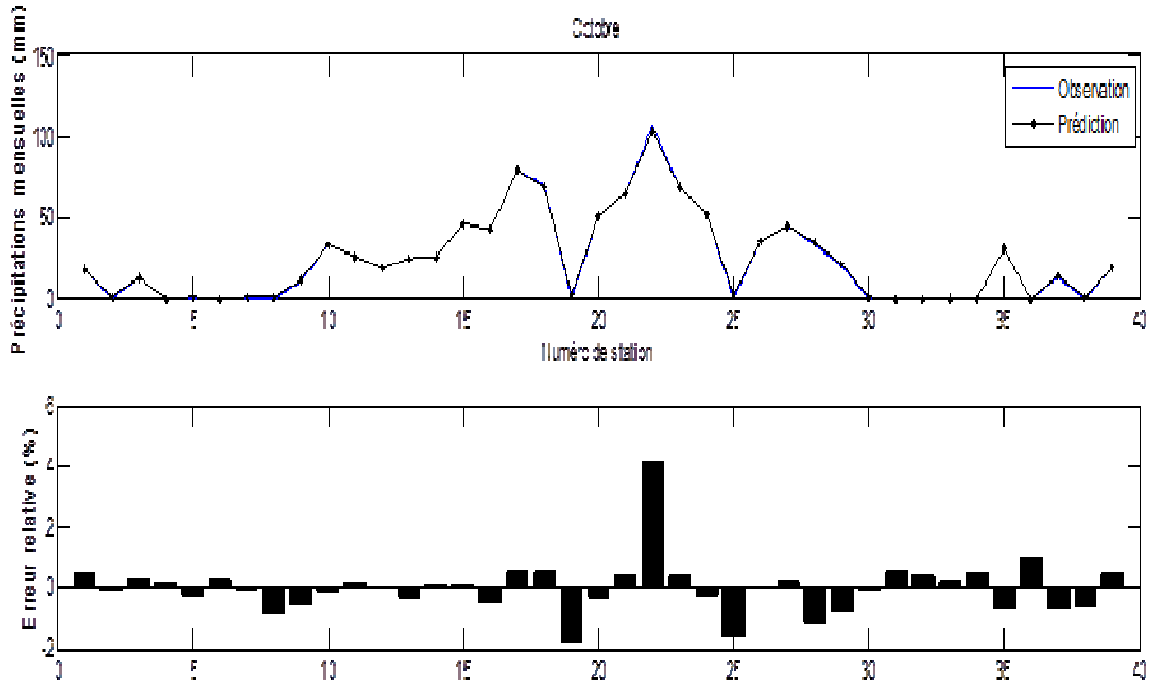
Prédictions spatiales :

Figure.8. Prédictions des précipitations aux 39 stations pluviométriques

Tableau.4. Résultats (Observation, Prédiction, Erreur relative (%)) Temporelle

Mois	Observation		Prédiction		Erreur relative	
	Moyenn	Ecart-	Moyenn	Ecart	Moyen	Ecart
	MO	ETO	MPr	ETPr	ERM	ERE
Septemb	15,77	6,57	16,29	6,94	-3,33	-5,58
Octobre	25,53	13,57	26,81	13,80	-5,01	-1,65
Novembr	30,70	11,52	32,25	11,91	-5,05	-3,44
Décembr	35,63	15,12	37,42	15,77	-5,03	-4,26
Janvier	35,64	17,37	37,42	18,02	-5,00	-3,78
Février	31,73	15,29	33,33	15,95	-5,04	-4,34
Mars	31,05	14,37	32,63	14,85	-5,06	-3,33
Avril	27,04	9,65	28,42	10,00	-5,10	-3,61
Mai	21,31	10,52	22,40	10,68	-5,10	-1,57
Juin	8,34	4,90	8,78	4,80	-5,17	2,13
Juillet	2,84	3,51	2,99	3,44	-5,26	2,20
Août	4,51	3,59	4,74	3,61	-5,19	-0,38
Moyenne	22,51	10,50	23,62	10,81	-4,95	-2,30
	M1	M2	M3	M4	M5	M6

Tableau.5. Résultats (Observation, Prédiction, Erreur relative (%)) Spatiale

Station	Observation		Prédiction		Erreur relative	
	Moyen	Ecart-	Moyen	Ecart-	Moyen	Ecart-
	MO	ETO	MPr	ETPr	ERM	ERET
Station 1	9,66	9,85	8,98	10,07	7,09	-2,21
Station 2	9,59	7,73	10,07	7,94	-5,00	-2,80
Station 3	9,96	9,07	9,39	8,97	5,76	1,16
Station 4	19,48	20,45	19,63	20,40	-0,79	0,22
Station 5	9,66	7,53	10,33	7,79	-6,97	-3,48
Station 6	12,21	9,19	12,65	9,25	-3,58	-0,64
Station 7	10,02	7,49	10,53	7,68	-5,04	-2,56
Station 8	29,11	24,59	30,79	24,45	-5,78	0,58
Station 9	12,26	9,46	12,33	9,44	-0,62	0,18
Station	27,61	24,57	29,73	24,74	-7,66	-0,68
Station	14,25	12,75	15,77	13,20	-10,69	-3,55
Station	11,63	12,11	12,46	12,48	-7,19	-3,09
Station	18,42	16,82	19,45	17,13	-5,60	-1,89
Station	24,95	20,54	26,75	20,66	-7,22	-0,57
Station	43,17	28,20	45,53	28,63	-5,48	-1,52
Station	43,44	30,37	45,89	30,84	-5,63	-1,56
Station	38,87	29,91	41,76	30,66	-7,44	-2,53
Station	43,51	32,46	45,08	32,19	-3,60	0,81
Station	35,19	26,40	37,19	26,53	-5,67	-0,48
Station	38,59	33,81	41,09	34,25	-6,48	-1,29
Station	33,15	31,48	35,79	32,11	-7,96	-2,02
Station	55,39	39,06	57,07	39,17	-3,03	-0,27
Station	29,65	22,93	31,82	22,97	-7,32	-0,16
Station	33,50	27,42	35,88	28,02	-7,11	-2,19
Station	41,60	32,78	43,10	32,72	-3,59	0,18
Station	32,99	30,67	34,45	30,38	-4,42	0,96
Station	49,09	32,10	50,80	32,13	-3,50	-0,10
Station	26,01	21,66	28,81	22,43	-10,77	-3,57
Station	10,06	8,19	10,98	8,38	-9,19	-2,29
Station	11,23	9,50	11,91	9,77	-6,04	-2,84
Station	11,53	8,63	11,86	8,81	-2,93	-2,14
Station	15,57	11,79	15,93	11,76	-2,29	0,26
Station	10,51	7,87	10,63	7,94	-1,17	-0,87
Station	10,91	8,26	10,97	8,34	-0,51	-0,96
Station	7,34	7,42	7,59	7,68	-3,33	-3,51
Station	9,32	7,02	9,12	7,24	2,23	-3,22
Station	8,63	6,98	8,91	7,25	-3,17	-3,86
Station	9,13	7,23	9,41	7,43	-3,06	-2,76
Station	10,65	8,69	10,92	8,91	-2,55	-2,53
Moyenne	14,62	12,90	15,22	13,03	-3,37	-1,41
	M1	M2	M3	M4	M5	M6

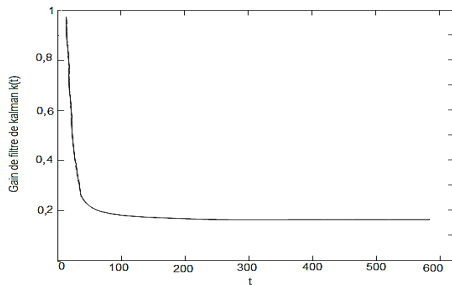


Fig 9. Gain du filtre de Kalman

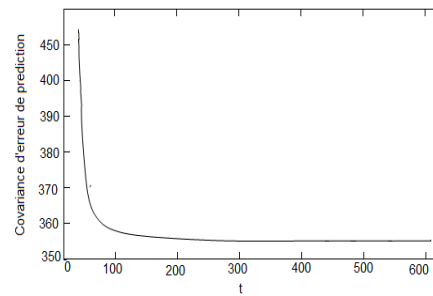


Fig 10. Covariance d'erreur de prédiction

Conclusion

Dans la présente étude, nous avons développé un modèle stochastique linéaire multi-site, formulé en espace-état, pour satisfaire la structure d'un filtre de Kalman discret. La première équation de ce modèle exprime l'état du système hydrologique concerné, dans notre cas, c'est un vecteur donnant les précipitations annuelles à plusieurs sites à la fois. La deuxième équation exprime la mesure de cette grandeur d'état, qui est dans ce cas un vecteur de même dimension que l'état, obtenu par observation de précipitations annuelles aux sites précédents.

Le développement de ce modèle a pour objectif, l'application de la technique du filtre de Kalman (FK) à la prédiction multi-site des précipitations annuels et l'amélioration des erreurs de prédiction.

L'estimateur développé au cours de ce travail a la particularité de pouvoir s'adapter automatiquement chaque fois qu'une nouvelle information (mesure) devient disponible. Par conséquent, des prédictions optimales des précipitations annuelles sont obtenues aussi bien dans le temps que dans l'espace.

En effet, dans le cas où l'on dispose d'une information historique au préalable, une fois que le modèle a été sélectionné, d'abord les conditions initiales concernant le vecteur d'état, les covariances des bruits du système et de la mesure doivent être déterminées, puis la matrice de transition d'état et la matrice de mesure doivent être spécifiées, pour qu'en fin les calculs puissent être amorcés.

Dans la présente étude, nous nous intéressons aux séries chronologiques des précipitations annuelles, observés à 39 stations pluviométriques dans le bassin versant de Cheliff et couvrant une période d'observation commune de 51 ans allant de 1959 à 2009.

Les prédictions multi-sites des précipitations annuelles, obtenues dans la dimension temporelle pour chacune des 39 stations pluviométriques en question, sont très proches des valeurs observées aux 39 stations sur la même période. De même pour les prédictions multi-sites dans la dimension spatiale, les valeurs observées et les prédictions correspondantes se suivent d'une manière assez proche l'une de l'autre pour toute la période d'observation, ceci

indique que le filtre de Kalman multi-site est un outil efficace pour la modélisation et la prédiction des précipitations annuelles en temps et en espace.

En fin, la justesse du modèle du filtre de Kalman ou son aptitude à représenter le processus naturel des précipitations annuelles, a été vérifiée par l'étude de l'indépendance des innovations du filtre d'une part, par le biais de leur fonction d'autocorrélation et d'autre, par l'ajustement Normal de ces innovations.

Le pourcentage de l'erreur relative des prédictions multi-sites a également été un moyen d'apprécier cette justesse. Le pourcentage moyen de l'erreur relative de prédiction sur toute la période d'observation est inférieure à 10% ce qui est très acceptable.

En outre, le calcul des moyennes et des déviations standards pour les données observées et leurs valeurs prédites a montré que les déviations standards des valeurs observées sont plus grandes que celles des valeurs prédites, ce qui pourrait traduire une éventuelle tendance du (FK) multi-site à une sous-estimation.

A la lumière de tous les résultats précédents, il est clair que la technique du FK multi-site est efficace pour la modélisation des précipitations annuelles, aussi bien dans la dimension temporelle que spatiale. Le résultat est un modèle dynamique qui présente l'avantage considérable de prendre en compte les variations dans le temps des paramètres du modèle, de la variance des bruits d'état et celle de la mesure et dont les erreurs de prédictions sont minimales.

Références bibliographiques

- Anderson O.D. 1976. Time Series Analysis and Forecasting: The BOX JENKINS Approach, Butterworth, London.
- Boukharouba K., Kettab A. 2009. "Kalman filter technique for mutli-site modeling and stream flow prediction in Algeria." Journal of Food, Agriculture & Environment, Vol.7(2), 671-677
- Box P.G., Jenkins P. M. 1970. Time Series Analysis, Holden Day, San Francisco.
- Garcia-Ruiz J.M., Lopez-Moreno J.I., Vicente-Serrano S.M., Lasanta- Martinez T., Bergueria S. 2011. Mediterranean water resources in a global change scenario. Earth-Science and Reviews, vol. 105, n° 3-4, p. 121-139.
- Gelb A. 1974. Applied optimal estimation, MIT Press.
- Haddad N., Rahla A. 2004. " Investir en Algérie", Ministère délégué à la participation et à la promotion de l'investissement, MDPPI, Alger.
- Harrison P.J., Stevens C.F. 1975a. Bayesian forecasting. University of Warwick, working paper No. 13.
- Hisdal H., Tallaksen L.M. 2003. Estimation of regional meteorological and hydrological drought characteristics: a case study for Denmark. Journal of Hydrology, vol. 281, n° 3, p. 230-247.

- Jazwinski A. 1970. *stochastic processes and filtering theor*, Academic Press, New York.
- Kalman R. E. 1960. "A new approach to linear filtering and prediction problems." *Trans. ASME.Ser.D. J.Basic Eng.Vol.82*, 35-45.
- Kettab A., Mitiche R., Bennaçar N. 2008. *De l'eau pour un développement durable : enjeux et stratégies.*", *Revue des Sciences de l'Eau*, N°spécial 20eme anniversaire, 137-146.
- Mate. 2001. *Ministère de l'Aménagement du Territoire et de l'Environnement, "Elaboration de la stratégie et du plan d'action national des changements climatiques, Communication nationale Initiale.*
- Rouane H. 2011. "Contribution à la mise en évidence de l'expérience de l'Algérie dans la gestion intégrées des ressources en eau ", *Euro Mediterranean Scientific Congress on Engineering*, Algeciras, Spain.
- Şen Z., Latif A.M. 2002."A Kalman filtering approach to spatio-temporal precipitation modeling in turkey." *International Conference on the Problems of the Mediterranean Region (EPMR)*, April 12-15, Near East University, Nicosia, cyprus, TRNC.